

27.11.23 1ст

математика

Тема: «Применение производной»

$f(x)$	$f'(x)$
$C - \text{const}$	$0$
$x$	$1$
$Kx + b$	$k$
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$
$x^n$	$n * x^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$e^x$	$e^x$
$a^x$	$a^x * \ln a$
$\ln a$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x * \ln a}$
$\text{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\text{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

### Правила вычисления производных

1. $(U + Y)' = U' + Y'$	3. $(U * Y)' = U' * Y + U * Y'$
2. $(k * U)' = k * (U)'$	4. $\left[\frac{U}{Y}\right]' = \left[\frac{U' * Y - U * Y'}{Y^2}\right]$

## Схема исследования функции

1. Найти область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Найти стационарные точки.
4. Найти промежутки возрастания и убывания функции.
5. Найти точки экстремума и значения функции в этих точках.

Результаты исследования удобно записывать в виде таблицы.

Кроме того, желательно найти точки пересечения с осями координат. Для более точного построения графика функции можно найти ещё несколько точек.

### Пример 1

Построить график функции  $y = 2x^3 - x^2 - 4x$ .

### Решение

1. Найдём область определения функции:  $D(y) = (-\infty; +\infty)$ .

2. Найдём производную функции:  $y' = 6x^2 - 2x - 4$

3. Найдём критические точки:  $6x^2 - 2x - 4 = 0$

$$D = -22 - 4 \cdot 6 \cdot -4 = 4 + 96 = 100$$

$$x_1 = -\frac{2}{3}$$

$$x_2 = 1$$

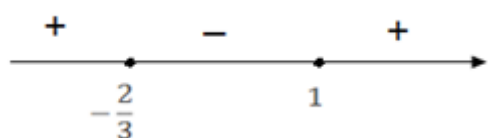


Рис. 2.

4. Найдём промежутки возрастания и убывания (рис. 2):

функция возрастает на промежутках  $(-\infty; -2/3)$  и  $(1; +\infty)$ .

функция убывает на промежутке  $(-2/3; 1)$ .

5. Найдём точки экстремума и значения функции в этих точках (рис. 2):

$X = -2/3$  - точка максимума,

$$Y(-2/3) = 2 \cdot (-2/3)^3 - 2/3^2 - 4 \cdot (-2/3) = 44/27.$$

$X = 1$  - точка минимума,

$$Y(1) = 2 - 1 - 4 = -3$$

Представим результаты исследования в виде таблицы:

$x$	$(-\infty; -2/3)$	$-2/3$	$(-2/3; 1)$	$1$	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	44/27	↘	-3	↗

Найдём точки пересечения с осями координат:

$(0; 0)$  - точка пересечения с осью  $OY$ ;

$$2x^3 - x^2 - 4x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{4}, x_3 = \frac{1 + \sqrt{33}}{4}$$

абсциссы точек пересечения с осью  $OX$ .

Таким образом, график функции пересекает координатные оси в точках  $(0; 0)$ ;  $(\frac{1 - \sqrt{33}}{4}; 0)$  и  $(\frac{1 + \sqrt{33}}{4}; 0)$ .

Построим график функции (рис. 3).

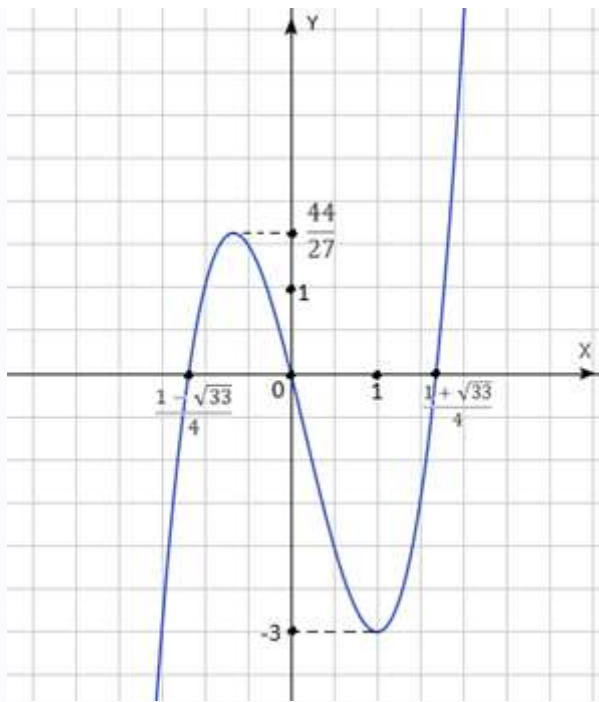


Рис. 3.